2023年度（令和5年度）大学院工学研究科（博士前期課程）

私費外国人留学生

専門試験問題

（物理工学系プログラム）

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は，1ページから4ページまであります。解答用紙は，2枚あります。ページの脱落等に気付いたときは，手をあげて監督者に知らせてください。
3. 下記表の問題番号5から6の問題を全て解答してください。<u>1題につき解答用紙1枚を使用して</u>解答してください。解答用紙の追加配付はありません。

問題番号	出題科目
5	材料科学 Materials science
6	電磁気学 Electromagnetics

4. 監督者の指示に従って，問題番号，志望プログラム及び受験番号を2枚の解答用紙の該当欄に必ず記入してください。
5. 計算用紙は，問題冊子の白紙ページを利用してください。
6. 解答用紙の裏にも解答を記入する場合には，表と上下を逆にして記入してください。
7. 机の上には，受験票，黒の鉛筆・シャープペンシル，消しゴム，鉛筆削り及び時計（計時機能だけのもの）以外の物を置くことはできません。
8. コンパス及び定規等は，使用できません。
9. 時計のアラーム（計時機能以外の機能を含む。）は，使用しないでください。
10. スマートフォン，携帯電話，ウェアラブル端末等の音の出る機器を全て机の上に出し，それらの機器のアラームを解除してから，電源を切り，かばん等に入れてください。
11. 試験終了まで退室できません。試験時間中に用がある場合は，手をあげてください。
12. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰ってください。

問題５　材料科学　設問すべてについて解答すること。

Ⅰ　次の（1）および（2）の問いについて答えよ。

（1）図1に示すように，液相中に半径 r の微細な球状固相粒子が均一核生成した。このときのギブスの自由エネルギー変化 Δg を示せ。ただし，液相/固相の界面エネルギーをγ [J/m^2]とし，液相から固相への相変態の駆動力をΔG_v [J/m^3] ($\Delta G_v > 0$)とする。

（2）前問（1）にて生成した球状固相粒子が安定的に成長するために必要な球状固相粒子の半径 r^*を求めよ。

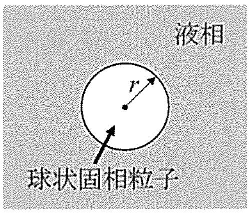

図1　均一核生成の模式図

Ⅱ　図2は大気圧における Pb-Sn 合金状態図の模式図である。次の（1）～（4）の問いについて答えよ。

（1）図2の Pb-Sn 合金状態図における線①，線②および線③の名称を答えよ。

（2）Sn の濃度が 61.9 mass%である Pb-Sn 合金を液相からゆっくりと冷却すると，183 ºC 直下にて L→ α＋βの共晶反応が生じる。大気圧の下での共晶反応における自由度 Fを，ギブスの相律を用いて計算せよ。

（3）183 ºC 直下において，初晶α相と共晶組織の質量比が初晶α相：共晶組織 ＝254 : 175 であるとき，Pb-Sn 合金中の Sn 濃度を求めよ。

（4）過共晶 Pb-Sn 合金の室温における平衡組織を模式図と文章にて説明せよ。

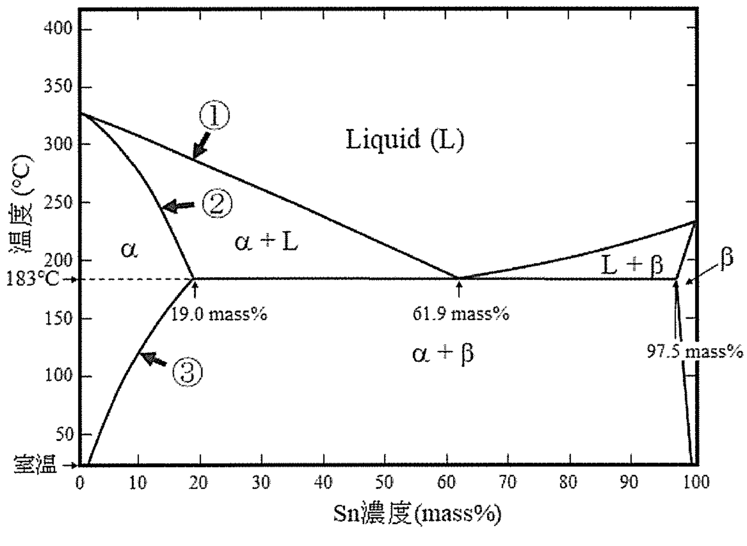

図2　Pb-Sn 合金状態図の模式図

Ⅲ　次の（１）～（３）の問いについて答えよ。

（１）立方晶において，$(1\,1\,0)$面と$(2\,1\,1)$面のなす角度を計算せよ。

（２）図 3 は，立方晶の$(0\,0\,1)$標準ステレオ投影図の模式図である。この標準ステレオ投影図中における①，②および③の結晶方位を答えよ。

（３）図 3 に示す$(0\,0\,1)$標準ステレオ投影図に記載されている結晶方位の中で，$(1\,\bar{1}\,1)$面上に存在する結晶方位をすべて答えよ。

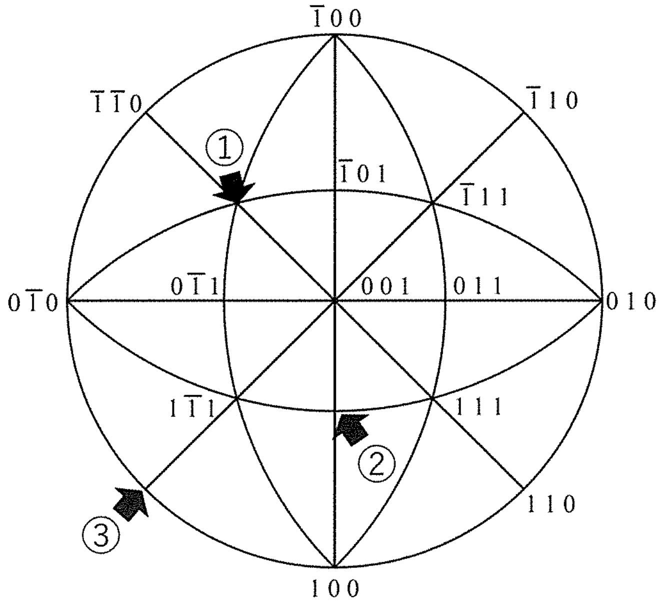

図 3　立方晶の$(0\,0\,1)$標準ステレオ投影図の模式図

問題６　電磁気学　設問すべてについて解答すること。

I　以下の (1)〜(5) の問いに答えよ。

鏡像法を用いて，接地した導体球と点電荷 (電荷 q) との間の引力を考えよう。図 1 のように導体球の中心から点電荷に向かう直線を x 軸とし，導体球の中心を原点にとる。導体球の半径を d，点 A にある点電荷の x 座標を $a\,(a>d)$ とする。

導体球の中心から点電荷の向きに距離 $b\,(d>b>0)$ だけ離れた x 軸上の点を B とし，そこに置いた鏡像電荷 (電荷 q') を考える。球面上の任意の点 P に対して，点 B および A までの距離を，それぞれ r_1 と r_2 とする。点 B は，アポロニウスの定理より，r_1 と r_2 の比が一定になるように選ばれている。

以下では，真空の誘電率を ε_0 とする。

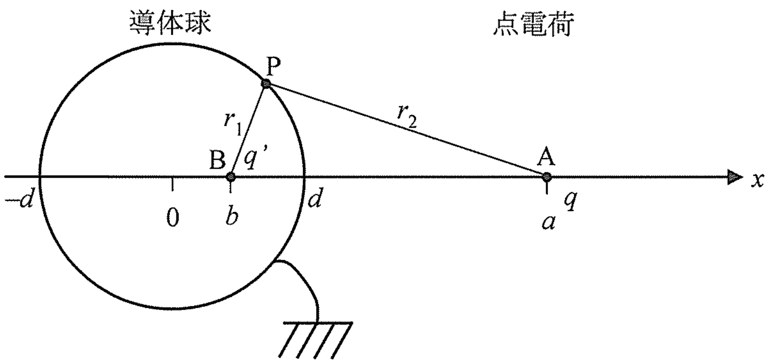

図 1

(1)　点電荷 q と鏡像電荷 q' が点 P につくる静電ポテンシャル ϕ を書け。ただし，原点から無限遠のポテンシャルをゼロとする。

(2)　導体球の接地の条件 ($\phi=0$) から，距離の比 $r_2/r_1\,(>0)$ を，q と q' を用いて表せ。

(3)　点 P が x 軸上にある 2 つの場合を考えて，距離 b を，a と d を用いて表せ。

(4)　問 (2) と (3) の結果を利用して，q' を，a, d, q を用いて表せ。

(5)　点電荷と導体球との間の引力の大きさを求めよ。ただし，答えに b と q' を用いてはいけない。

II　以下の (1)〜(6) の問いに答えよ。

電荷密度と電流密度がゼロであるような空間の電磁場を自由電磁場と呼ぶ。自由電磁場におけるベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, t)$ とスカラーポテンシャル $\phi(\boldsymbol{r}, t)$ について考えよう。ここで，$\boldsymbol{r}$ はデカルト座標で表される位置ベクトル，t は時間である。一般に，電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$ と磁束密度 $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t)$ は以下のように与えられる。

$$\begin{cases} \boldsymbol{E} = -\nabla\phi - \dfrac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \\ \boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A} \end{cases}$$

ここで，∇ はナブラベクトルである。以下では，複素関数で与えられるポテンシャルを考えるが，それらの関数の実数部分だけが意味があるとする。計算の途中や解答を示すときは，複素関数のままで構わない。必要に応じて解答に内積$\cdot$と外積$\times$の記号を用いてもよい。虚数単位を i とする。

(1)　$\boldsymbol{k}$ を成分が実数の定ベクトルとするとき，$\nabla \exp\left(i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}\right)$ を計算せよ。

(2)　$\boldsymbol{k}$ と $\boldsymbol{A}_0$ を成分が実数の定ベクトルとするとき，$\nabla\times\left[\boldsymbol{A}_0 \exp\left(i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}\right)\right]$ を計算せよ。

ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ とスカラーポテンシャル ϕ を以下のように与える。

$$\begin{cases} \boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_0 \exp\left[i\left(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} - \omega t\right)\right] \\ \phi = \phi_0 \exp\left[i\left(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} - \omega t\right)\right] \end{cases}$$

ここで，$\boldsymbol{A}_0, \boldsymbol{k}$ は成分が実数の定ベクトル，ϕ_0, ω は実定数とする。

(3)　電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$ を求めよ。

(4)　磁束密度 $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t)$ を求めよ。

次に，スカラーポテンシャル ϕ をゼロにし，ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ を以下のように与える。

$$\begin{cases} \boldsymbol{A} = \left(\boldsymbol{A}_0 - \dfrac{\phi_0}{\omega}\boldsymbol{k}\right)\exp\left[i\left(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} - \omega t\right)\right] \\ \phi = 0 \end{cases}$$

ここで，$\boldsymbol{A}_0, \boldsymbol{k}$ は成分が実数の定ベクトル，ϕ_0, ω は実定数とする。

(5)　電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$ を求めよ。

(6)　磁束密度 $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t)$ を求めよ。

自由電磁場では，スカラーポテンシャルを常にゼロにしても，ベクトルポテンシャルをうまく選ぶと電場と磁場 (磁束密度) を変化させないことが出来る。